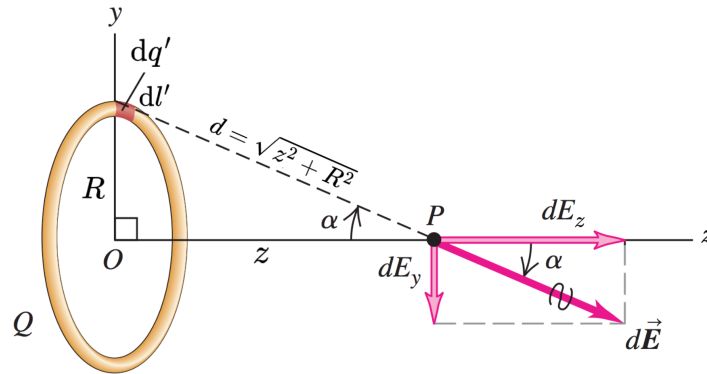


Campo elétrico.

1. Calcule o campo elétrico de um anel circular fino, de densidade linear de carga λ constante, sobre um ponto em seu eixo de simetria z das duas formas a seguir:



- a. Utilizando argumentos de simetria, determine qual será, para as componentes x e y do campo elétrico, a soma das contribuições dE_x e dE_y provenientes de todo o anel. Em seguida, integre as contribuições dE_z e determine o vetor campo elétrico num ponto do eixo z .

Dica: utilize a expressão $dE = \frac{dq'}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{d^2}$ para a intensidade da contribuição de cada elemento de carga do anel para o campo elétrico no ponto $(0, 0, z)$.

- b. Empregando coordenadas cilíndricas, integre as contribuições $d\vec{E}(\vec{r}) = \frac{dq'}{4\pi\epsilon_0} \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$, para $\vec{r} = (0, 0, z)$ e $\vec{r}'$ mapeando toda a distribuição de carga do anel. Verifique este resultado com o do item a.

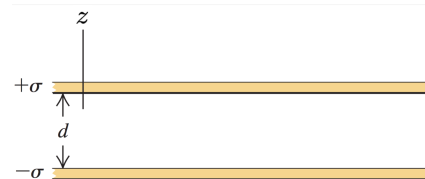
2. A partir do resultado da questão 1, calcule o campo elétrico, sobre o eixo z , de um disco circular de raio R com densidade superficial de carga σ constante.

Dica: utilize para um elemento de carga $dq' = \sigma dl' dr'$ e relacione com o elemento de carga $dq' = \lambda dl'$ de um anel.

Com o resultado para $\vec{E}(0, 0, z)$, faça o limite $R \rightarrow \infty$ e determine assim o campo elétrico gerado por um plano infinito uniformemente carregado. Nesse caso, a expressão obtida para o campo é restrita ao eixo z ou pode ser generalizada para qualquer ponto? Justifique.

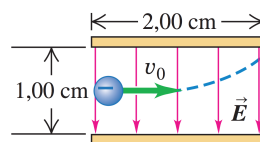
3. Uma carga de $-6,50 \text{ nC}$ está uniformemente distribuída sobre a superfície de uma face de um disco não condutor de raio $1,25 \text{ cm}$.
- Determine o vetor campo elétrico que esse disco produz em um ponto P sobre o eixo z do disco a uma distância de $2,0 \text{ cm}$ de seu centro.
 - Suponha que a carga seja integralmente afastada do centro e uniformemente distribuída sobre a periferia do disco. Determine o vetor campo elétrico no ponto P .
 - Determine o vetor campo elétrico no ponto P caso a carga seja integralmente trazida para o centro do disco.
 - Por que o campo no item **a** é mais intenso que o campo no item **b**? Por que o campo no item **c** é o mais intenso dos três campos?

4. Duas placas paralelas infinitas, localizadas perpendicularmente ao eixo z e separadas por uma distância d , possuem densidades superficiais de carga uniformes σ e $-\sigma$.



- Utilize o resultado obtido na questão 2 para determinar o campo elétrico: entre as duas placas; acima do plano superior; e abaixo do plano inferior.
- Um elétron é projetado com velocidade inicial $v_0 = 1,60 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ no meio da região entre duas placas, paralelamente a ambas, como ilustrado na figura abaixo. Aproximando o campo elétrico entre as placas como uniforme, dado pelo item **a**, e desconsiderando a gravidade:

OBS: Para os itens a seguir, utilize $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ e, para resolvê-los sem o uso de calculadora, aproxime: $m_e \approx 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $m_p \approx 1,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ e $\epsilon_0 \approx 9 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N m}^2$, expressando os resultados com dois algarismos significativos.



- Sabendo que o elétron tangencia a placa superior quando sai da região entre as placas (v. figura), calcule a intensidade do campo elétrico entre as placas.
 - Se as placas têm densidade de carga σ uniforme de mesmo módulo e sinais opostos, determine seu valor em C/cm^2 e em unidades de carga elementar por mm^2 , e/mm^2 .
 - Determine a velocidade $\vec{v}$ do elétron ao sair da região entre as placas e calcule seu módulo v e o ângulo α que faz com a horizontal ao sair tangenciando a placa superior.
- Suponha que o elétron seja substituído por um próton, com a mesma velocidade inicial v_0 . Compare as trajetórias seguidas pelo elétron e pelo próton e explique as diferenças. O próton colidirá com uma das placas?
 - Qual será o módulo e o sentido de seu deslocamento vertical quando sai da região das placas?
 - Analise se é mesmo razoável desprezar os efeitos da gravidade para cada partícula.

5. Um fio retilíneo de comprimento l está carregado com carga total Q , distribuída com densidade $\lambda(x)$ que pode ser das seguintes formas:

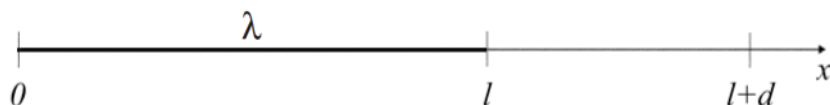
i. $\lambda(x) = a$ (constante).

ii. $\lambda(x) = b(l - x)$.

iii. $\lambda(x) = cx$.

Para cada uma dessas distribuições, determine:

- a. A expressão das constantes a , b e c em termos da carga total e do comprimento do fio.
- b. O campo elétrico num ponto situado sobre o prolongamento do fio, a uma distância d da sua extremidade, conforme ilustrado abaixo.



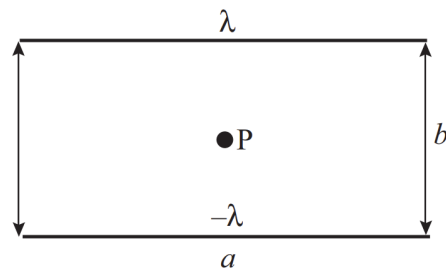
- c. A intensidade do campo para $d = l = 5$ cm e $Q = 3 \mu\text{C}$, utilizando $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$.

A ordenação desses valores está de acordo com suas expectativas?

(Considere quais seriam suas expectativas e por que razão.)

6. Dois fios retilíneos de mesmo comprimento a , separados por uma distância b , estão uniformemente carregados com densidades lineares de carga λ e $-\lambda$, conforme ilustrado abaixo. Calcule o módulo, direção e sentido do campo elétrico no centro P do retângulo de lados a e b .

Dica: revise sua resolução da questão 7 da **Lista 1**.

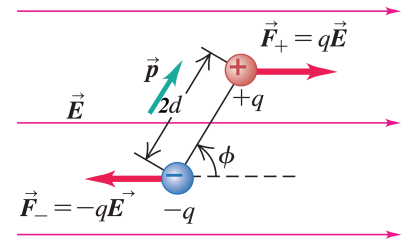


7. Considere um dipolo elétrico constituído por uma carga $-q$ em $\vec{r}_- = (0, 0, -d)$ e uma carga $+q$ em $\vec{r}_+ = (0, 0, +d)$, onde $q > 0$. Em coordenadas cilíndricas, o campo deste dipolo é dado por:

$$\vec{E}(\rho, \varphi, z) = \vec{E}(\rho, z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\rho \left(\frac{1}{[\rho^2 + (z-d)^2]^{3/2}} - \frac{1}{[\rho^2 + (z+d)^2]^{3/2}} \right) \hat{\rho} + \left(\frac{(z-d)}{[\rho^2 + (z-d)^2]^{3/2}} - \frac{(z+d)}{[\rho^2 + (z+d)^2]^{3/2}} \right) \hat{k} \right]$$

A partir da expressão geral acima, determine:

- O campo no plano $z = 0$: $\vec{E}(\rho, 0)$.
- O campo sobre o eixo z , $\vec{E}(0, z)$, para $|z| > d$.
- O campo sobre o eixo z , $\vec{E}(0, z)$, para $|z| < d$.
- Se $q = 4,5 \text{ nC}$ e $d = 3,1 \text{ mm}$, calcule o valor do momento de dipolo elétrico $p := 2qd$.
- Suponha que este dipolo esteja situado numa região de campo elétrico constante $\vec{E}$, como ilustrado na figura abaixo. Determine uma expressão para o módulo do torque deste campo elétrico sobre o dipolo em termos dos dados da figura.
- Se quando $\phi = 36,9^\circ$ mede-se um torque de $7,2 \cdot 10^{-9} \text{ N m}$, qual é a intensidade deste campo elétrico?
- Expresse o torque $\vec{\tau}$ em termos do vetor momento de dipolo elétrico, definido por



$$\vec{p} := 2qd \frac{(\vec{r}_+ - \vec{r}_-)}{|\vec{r}_+ - \vec{r}_-|}.$$

□

Gabarito:

1. a. b. $\vec{E}(0, 0, z) = \frac{\lambda R}{2\epsilon_0} \frac{z}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \hat{k}$

2. $\vec{E}(0, 0, z) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{z}{|z|} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + R^2/z^2}} \right) \hat{k}$

3. a. $-1,14 \cdot 10^5 \text{ N/C } \hat{k}$ b. $-8,92 \cdot 10^4 \text{ N/C } \hat{k}$ c. $-1,46 \cdot 10^5 \text{ N/C } \hat{k}$

4. a. $\vec{E} = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{k}$

b. i. $3,6 \cdot 10^2 \text{ N/C}$

ii. $3,2 \cdot 10^{-14} \text{ C/cm}^2 = 2,0 \cdot 10^4 \text{ e/mm}^2$

iii. $\vec{v} = (1,6\hat{i} + 0,8\hat{k}) \cdot 10^6 \text{ m/s} : \quad v = 0,8\sqrt{5} \cdot 10^6 \text{ m/s} \approx 1,8 \cdot 10^6 \text{ m/s} \quad \text{e} \quad \alpha = \arctan\left(\frac{1}{2}\right) .$

c. Como o próton tem carga de mesmo módulo e massa maior que o elétron, sua aceleração em z será menor e ele portanto se deslocará menos em z do que o elétron, e em sentido oposto uma vez que a força elétrica terá sentido oposto. Logo, ele não colidirá com qualquer placa.

d. $\Delta y_p = 2,8 \mu\text{m}$

e. $\frac{m_e g}{e E} \sim 10^{-13}$ e $\frac{m_p g}{e E} \sim 10^{-10}$, portanto sim, razoável.

5. a. i. $a = \frac{Q}{l}$ ii. $b = \frac{2Q}{l^2}$ iii. $c = \frac{2Q}{l^2}$

b. i. $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{d(d+l)} \hat{i}$ ii. $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{l^2} \left[\ln\left(1 + \frac{l}{d}\right) - \frac{1}{1+d/l} \right] \hat{i}$ iii. $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{l^2} \left[\ln\left(\frac{1}{1+l/d}\right) - \frac{l}{d} \right] \hat{i}$

c. i. $5,40 \cdot 10^6 \text{ N/C}$ ii. $4,17 \cdot 10^6 \text{ N/C}$ iii. $6,63 \cdot 10^6 \text{ N/C}$

Observe em que caso a carga tem concentração mais longe, ou mais perto, do ponto de observação considerado!

6. $E = \frac{2\lambda}{\pi\epsilon_0 \sqrt{a^2 + b^2}}$ vertical para baixo ($\lambda > 0$) ou para cima ($\lambda < 0$);

7. a. $\vec{E}(\rho, 0) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2qd}{(\rho^2 + d^2)^{3/2}} \hat{k}$

b. $\vec{E}(0, z) = +\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{2qdz}{(z^2 - d^2)^2} \hat{k}$, $z \in (-\infty, -d) \cup (d, \infty)$

c. $\vec{E}(0, z) = -\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{q(z^2 + d^2)}{(z^2 - d^2)^2} \hat{k}$, $z \in (-d, d)$

d. $1,4 \cdot 10^{-11} \text{ C m}$

e. $\tau = pE \sin \phi$

f. $E = 860 \text{ N/C}$

g. $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$
