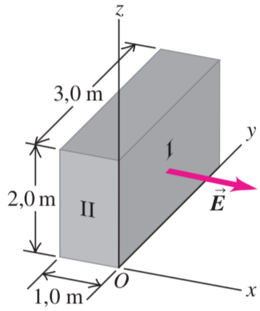
Fluxo elétrico e lei de Gauss.

---

1. O campo elétrico $\vec{E}$ na figura abaixo é paralelo ao eixo x em todos os pontos da região, de modo que suas componentes E_y e E_z são nulas, enquanto a componente E_x depende de x, mas não depende nem de y nem de z – isto é, $\vec{E} = E(x)\,\hat{i}$.



Dado que $E_x = 125$ N/C sobre os pontos do plano yz:

a. Qual é o fluxo elétrico através da superfície I da figura?

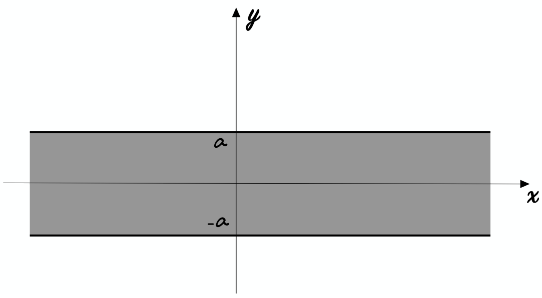
b. Qual é o fluxo elétrico através da superfície II?

c. O volume indicado na figura é uma pequena seção de uma viga isolante muito grande, com espessura igual a 1,0 m. Sabendo que há uma carga total de −24,0 nC no interior do volume indicado, determine o campo elétrico $\vec{E}$ na face oposta à I.

d. O campo elétrico existente pode ser produzido somente pelas cargas no interior da viga ou deve ser também produzido por cargas existentes no exterior da viga? Justifique sua resposta.

---

2. Uma camada plana infinita, compreendida entre os planos $y = +a$ e $y = -a$ tem densidade volumétrica ρ constante. Considerando que não haja cargas fora desta camada, calcule a intensidade do campo elétrico dentro e fora da camada de carga.



---

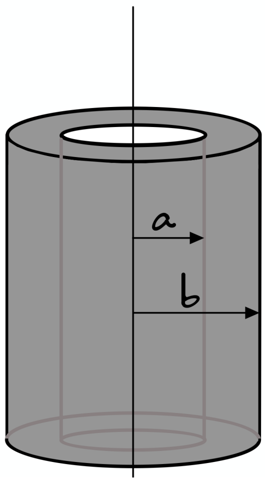
3. Um cilindro infinito, de raio interno a e raio externo b tem densidade de carga uniforme ρ. Empregando argumentos de simetria, determine a direção e o sentido do campo elétrico em qualquer região do espaço, e então calcule a intensidade do campo elétrico:

a. Na região oca interna ao cilindro, $r < a$.

b. Na região interna ao cilindro, $a < r < b$.

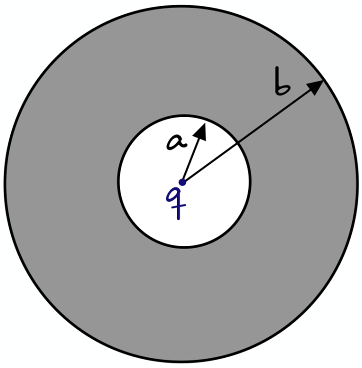
c. Na região externa ao cilindro, $r > b$.

Por fim, esboce o gráfico de $E(r)$ compreendendo estas três regiões.



---

4. Uma esfera oca isolante de raio interno a e raio externo b, encontra-se uniformemente carregada com carga total negativa $-3Q$ e em seu centro encontra-se uma carga puntiforme $+q$ positiva.



a. Determine a densidade volumétrica de carga da esfera.

b. Fazendo as devidas considerações de simetria, determine o campo elétrico $\vec{E}$ nas regiões:

i. $r < a$;

ii. $a < r < b$;

iii. $r > b$;

e avalie se o campo tem alguma descontinuidade nas interfaces dessas regiões.

---

5. Considere agora que a esfera da questão **4** seja <u>condutora</u>, e não isolante.

a. Dos resultados do item **4.b**, algum muda? Se sim, qual(quais) e por que?

b. Qual será a densidade superficial de carga na superfície interna da esfera condutora? E em sua superfície externa?

c. Faça um desenho indicando as linhas de campo elétrico e a localização de todas as cargas.

---

6. Uma distribuição de cargas esfericamente simétrica, porém não uniforme, possui uma densidade volumétrica dada por:

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_0 \left(1 - \dfrac{r}{R}\right) \ \forall r \leq R \\ 0 \ \forall r \geq R \end{cases} ,$$

onde $R = 20$ cm. Utilizando os valores $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9$ N m^2/C^2 para a constante eletrostática e $e = 1{,}6.10^{-19}$ C para a carga elétrica elementar:

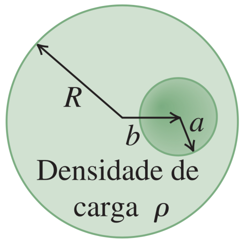
a. Expresse a constante ρ em termos da carga total $Q = -6\,\mu$C da distribuição em C/m e determine a ordem de grandeza da densidade de elétrons excedentes em e/mm^3.

b. Determine a direção, o sentido e a intensidade do campo elétrico nas regiões $r \in (0, R)$ e $r \in (R, \infty)$.

c. Encontre o valor de r para o qual o campo elétrico atinge seu valor máximo e calcule este valor máximo.

---

7. **a.** Uma esfera isolante com raio a possui uma densidade de carga uniforme ρ. A esfera não está centralizada na origem, e sim no ponto $\vec{r} = \vec{b}$.



Demonstre que o campo elétrico no interior da esfera é dado por

$$\vec{E} = \frac{\rho\left(\vec{r} - \vec{b}\right)}{3\varepsilon_0} \, .$$

b. Uma esfera isolante com raio R possui um buraco esférico com raio a, localizado no interior de seu volume, e centralizado em um ponto a uma distância b do centro da esfera. A parte maciça da esfera possui uma densidade volumétrica de carga ρ uniforme. Determine o módulo, a direção e o sentido do campo elétrico $\vec{E}$ no interior do buraco e mostre que $\vec{E}$ é uniforme em todos os pontos do volume do buraco.

Dica: use o princípio de superposição e o resultado do item **a**.

□

Gabarito:

1. **a.** $750\ \mathrm{N\,m^2/C}$ **b.** $0\ \mathrm{N\,m^2/C}$ **c.** $\vec{E} = 577\ \mathrm{N/C}\,\hat{\imath}$

d. Não, deve haver cargas externas contribuindo a este campo que depende só de x, pois uma distribuição de carga limitada ao paralelepípedo gerará campo com componentes y 3 z, uma vez que a distribuição de carga seria dependente dessas coordenadas.

2. $E(y) = \dfrac{\rho a}{\varepsilon_0}\ \forall\, |y| > a$; $E(y) = \dfrac{\rho y}{\varepsilon_0}\ \forall\, |y| < a$

3. Sendo o cilindro infinito, o campo elétrico não dependerá das coordenadas θ e z, tendo portanto direção radial do cilindro, e sentido "saindo" dele (se positivamente carregado) ou "entrando" nele (se negativamente carregado).

a. $E(r) = 0\ \forall\, r < a$

b. $E(r) = \dfrac{\rho}{2\varepsilon_0}\left(r - \dfrac{a}{r}\right)\ \forall\, r \in (a, b)$

c. $E(r) = \dfrac{\rho}{2\varepsilon_0}\dfrac{(b^2 - a^2)}{r}\ \forall\, r > b$

4. **a.** $\rho = -\dfrac{9}{4\pi}\dfrac{Q}{(b^3 - a^3)}$

b. **i.** $\vec{E} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r^2}\,\hat{r}$; **ii.** $\vec{E} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\dfrac{q}{r^2} - \dfrac{3Q}{r^2}\left(\dfrac{r^3 - a^3}{b^3 - a^3}\right)\right]\hat{r}$; **iii.** $\vec{E} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{(q - 3Q)}{r^2}\,\hat{r}$,

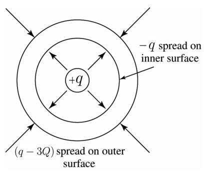
observando-se assim que o campo é contínuo:

$\vec{E}(a)$ assume o mesmo valor em **i** e **ii**, e $\vec{E}(b)$ assume o mesmo valor em **ii** e **iii**.

5. **a.** O campo no interior da esfera deve ser nulo pelo fato de esta ser condutora. Logo altera-se a resposta **ii**: $\vec{E} = \vec{0}$.

b. $\sigma_a = -\dfrac{q}{4\pi a^2}$ e $\sigma_b = -\dfrac{(3Q - q)}{4\pi b^2}$.

c.



6. **a.** $\rho_0 = \dfrac{9}{4\pi}.10^{-3}\ \mathrm{C/m^3} \approx 7{,}5.10^{-4}\ \mathrm{C/m^3}\ \sim 10^7 e/\mathrm{mm}^3$.

b. O campo será radial, direcionado "para dentro":

$E(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{r}{R^3}\left(4 - \dfrac{3r}{R}\right) = 2{,}7.10^7\left(r - \frac{15}{4}r^2\right)$ para $r \le R$ (r em metros);

$E(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \dfrac{5{,}4.10^4\ \mathrm{N\,m^2/C}}{r^2}$ para $r \ge R$.

c. $E = \dfrac{Q}{3\pi\varepsilon_0 R^2} = 1{,}8.10^6\ \mathrm{N/C}$ em $r = \dfrac{2R}{3} = \dfrac{2}{15}$ m.

7. **b.** $\dfrac{\rho\vec{b}}{e\varepsilon_0}$

■