
Potencial eletrostático e energia potencial eletrostática.

1. Retorne ao exercício 1 da Lista 2, referente ao campo gerado por um anel uniformemente carregado sobre seu eixo de simetria.

- a. Partindo do resultado da Lista 2 para o campo elétrico, utilize-o para obter, por meio da expressão

$$V(\vec{r}) = V(\vec{r}_0) - \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

com a condição de $V \rightarrow 0$ para $r_0 \rightarrow \infty$, o potencial gerado pelo anel num ponto sobre seu eixo de simetria, $V(0, 0, z)$.

- b. Agora obtenha este mesmo potencial $V(0, 0, z)$ a partir da integração direta sobre a distribuição de carga:

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}.$$

- c. Suponha que o anel possua raio $R = 15,0$ cm e carga total $+24,0$ nC e que um elétron seja colocado sobre o eixo z , a $30,0$ cm do centro do anel, sendo obrigado a permanecer vinculado a esse eixo. A seguir, o elétron é liberado a partir do repouso.

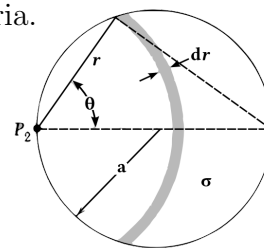
- i. Calcule a carga elétrica total do anel em unidades de carga elementar e (módulo da carga do elétron) e justifique se é razoável tratarmos o elétron como uma carga de prova, desprezando seus efeitos sobre o campo elétrico na região próxima do anel.
 - ii. Descreva o movimento subsequente do elétron.
 - iii. Calcule a velocidade escalar do elétron quando ele atinge o centro do anel.
-

2. Considere agora o potencial do anel, calculado na questão 1, como um elemento a ser integrado com raio r variável de 0 ao raio a , constituindo um disco.

- a. A partir da relação entre as distribuições de carga linear (do anel) e superficial (do disco): $dq' = \lambda r d\theta = \sigma r d\theta dr$, determine o potencial do disco de raio a uniformemente carregado sobre seu eixo de simetria: $V(0, 0, z)$.

- b. Determine, integrando sobre toda a distribuição de carga do disco, o valor do potencial $V(0, 0, 0)$ em seu centro e o valor $V(a, 0, 0)$ num ponto de sua periferia.

Dica: Considere como elementos de integração os segmentos de arco equidistantes de um ponto na periferia, como ilustrado ao lado, cujas cargas são portanto dadas por $dq = \sigma 2\theta r dr$, onde $r(\theta) = 2a \cos \theta$.



- c. Com base nos resultados do item **b**, o que se conclui sobre o campo elétrico na superfície de um disco uniformemente carregado? E o que se conclui, então, a respeito de um disco condutor em equilíbrio eletrostático?

3. Considere o cilindro infinito da questão **3** da Lista 3.

- a. Com o resultado da Lista 3 para o campo elétrico, utilize a expressão

$$V(\vec{r}) = V(\vec{r}_0) - \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{E} \cdot d\vec{l},$$

com a condição de $V(0) = 0$, para determinar o potencial eletrostático nas regiões $r < a$, $a < r < b$ e $r > b$.

- b. Aplique o limite apropriado aos resultados do item **a** para obter o potencial dentro e fora de um cilindro maciço infinito de raio R .
- c. Aplique o limite apropriado aos resultados do item **a** para obter o potencial dentro e fora de uma casca cilíndrica fina infinita de raio R , lembrando que agora tem-se uma densidade superficial de carga $\sigma = \rho dr = \rho(b - a) = \rho(R - a)$.
- d. Com o resultado do item **c**, relacione a densidade superficial σ da casca cilíndrica à densidade linear λ de um fio muito fino: $\lambda dl = \sigma 2\pi R dl$, e obtenha a expressão para o potencial $V(r)$ do fio infinito. Interprete o resultado: poderíamos fazer o limite $R \rightarrow 0$? Explore o valor $V(R)$ e interprete o novo significado de R .
- e. Um cabo muito longo carrega uma densidade linear de carga λ . Usando um voltímetro para medir a diferença de potencial, você observa que, quando uma sonda do aparelho é colocada a 2,50 cm e a outra a 3,50 cm do cabo, a leitura do aparelho indica 575 V.
- Qual é o valor de λ ?
 - Se você colocar uma sonda a 3,50 cm e a outra a 4,50 cm de distância, a leitura do voltímetro será 575 V? Se não, a leitura será maior ou menor que 575 V? Por quê?
 - Se você colocar ambas as sondas a 3,50 cm do cabo, mas a 17,0 cm de distância uma da outra, qual será a leitura do voltímetro?

4. Uma casca esférica fina de raio $R_1 = 3,00$ cm é concêntrica com uma casca esférica fina de raio $R_2 = 5,00$ cm. Ambas as cascas são feitas de um material isolante. A casca menor possui carga $q_1 = +6,00$ nC, distribuída uniformemente sobre sua superfície, e a casca maior possui carga $q_2 = -9,00$ nC distribuída uniformemente sobre sua superfície. Considere o potencial elétrico igual a zero a uma distância infinita das cascas.

a. Qual é o potencial elétrico produzido pelas duas cascas nos pontos separados pelas seguintes distâncias de seu centro comum:

- i. $r = 0$; ii. $r = 4,00$ cm; iii. $r = 6,00$ cm?

b. Qual é o módulo da diferença de potencial entre as superfícies das duas cascas? Qual casca possui maior potencial: a interna ou a externa?

5. Uma carga de $28,0$ nC está em um campo elétrico uniforme, orientado verticalmente de baixo para cima e que possui módulo igual a $4,00$ V/m. Qual é o trabalho realizado pela força elétrica quando a carga se desloca:

a. $45,0$ cm para a direita?

b. $67,0$ cm de baixo para cima?

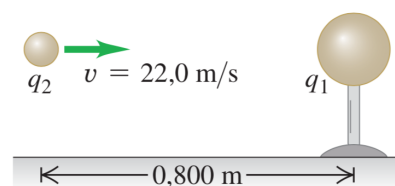
c. $2,60$ m formando um ângulo de 45° abaixo da horizontal?

6. Um núcleo de ouro possui um raio de $7,3 \cdot 10^{-15}$ m e uma carga igual a $+79e$. Determine a tensão mínima através da qual uma partícula alfa, com carga $+2e$, deve ser acelerada, de modo que tenha energia suficiente para alcançar uma distância de $2,0 \cdot 10^{-14}$ m a partir da superfície de um núcleo de ouro. (Suponha que o núcleo de ouro permaneça fixo e possa ser tratado como uma carga puntiforme.)
-

7. Uma pequena esfera metálica, com uma carga líquida $q_1 = -2,80 \mu\text{C}$, é mantida em repouso por suportes isolantes. Uma segunda esfera metálica, com uma carga líquida $q_2 = -7,80 \mu\text{C}$ e massa $m_2 = 1,50$ g, é projetada contra q_1 . Quando a distância entre as duas esferas é igual a $0,800$ m, q_2 se aproxima de q_1 com velocidade de $22,0$ m/s. Suponha que as duas esferas possam ser tratadas como cargas puntiformes e despreze a gravidade.

a. Qual é a velocidade da carga q_2 quando a distância entre as duas esferas é de $0,400$ m?

b. Qual será a menor distância entre q_2 e q_1 ?



Gabarito:

1. a. $V(0, 0, z) = \frac{\lambda R}{2\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{z^2 + R^2}}$
c. i. $24,0 \cdot 10^{-9} \text{ C} = 1,50 \cdot 10^{11} e$. Logo, é sim razoável.
ii. O elétron efetuará um movimento oscilatório em torno do centro do anel.
iii. $1,67 \cdot 10^7 \text{ m/s}$.
2. a. $V(0, 0, z) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{a^2 + z^2} - |z|)$
b. $V(0, 0, 0) = \frac{\sigma a}{2\epsilon_0}$; $V(a, 0, 0) = \frac{\sigma a}{\pi\epsilon_0}$
c. Como o potencial na superfície do disco decresce (para $\sigma > 0$) com o raio, o campo elétrico terá componente radial (para fora se $\sigma > 0$ ou para dentro se $\sigma < 0$) no plano do disco. Portanto, um disco condutor em equilíbrio eletrostático certamente não terá distribuição de carga uniforme.
3. a. $V(r) = 0 \ \forall r > a$; $V(r) = \frac{\rho}{2\epsilon_0} \left[a^2 \ln \left(\frac{r}{a} \right) - \frac{(r^2 - a^2)}{2} \right] \ \forall r \in (a, b)$;
 $V(r) = \frac{\rho}{2\epsilon_0} \left[a^2 \ln \left(\frac{b}{a} \right) - (b^2 - a^2) \left(\ln \left(\frac{r}{b} \right) + \frac{1}{2} \right) \right] \ \forall r > b$.
b. $V(r) = -\frac{\rho}{4\epsilon_0} r^2 \ \forall r < R$; $V(r) = -\frac{\rho}{4\epsilon_0} R^2 \left[1 + 2 \ln \left(\frac{r}{R} \right) \right] \ \forall r > R$.
c. $V(r) = 0 \ \forall r < R$; $V(r) = -\frac{\sigma}{\epsilon_0} R \ln \left(\frac{r}{R} \right) \ \forall r > R$.
d. $V(r) = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{r}{R} \right)$. O limite $R \rightarrow \infty$ diverge, ao passo que já para a casca cilíndrica $V(R) = 0$, de modo que este resultado corresponde à escolha do zero do potencial se situar em $r = R$.
e. i. $94,9 \text{ nC/m}$; ii. Será menor, uma vez que o campo – e portanto o gradiente do potencial – decresce com a distância ao fio. iii. 0, pois o potencial só dependerá da distância ao fio.
4. a. i. 180 V ; ii. -270 V ; iii. -450 V .
b. 719 V , casca interna.
5. a. 0 ; b. $0,750 \text{ mJ}$; c. $-2,06 \text{ mJ}$.
6. $4,2 \cdot 10^6 \text{ V}$
7. a. $12,5 \text{ m/s}$; b. $32,3 \text{ cm}$.
-
-