Materiais magnéticos

Iniciemos recapitulando alguns aspectos do tópico de dielétricos, no qual estudamos o campo elétrico em meios materiais. Considerando o material como uma distribuição (seja intrínseco ou induzido pela presença de um campo externo $\vec{E}_0$) de momentos de dipolo $\vec{p}$ *, tem-se definido o vetor polarização $\vec{P}(\vec{r})$ por:

$\vec{P}(\vec{r})\, dv = d\vec{p}$, i.e. como a densidade de momentos de dipolo (elétrico) por unidade de volume. Em particular, numa aproximação de dipolos todos alinhados ao campo, tem-se

$\vec{P}\, dv = N\vec{p}\, dv$, onde N é o número de momentos de dipolo do elemento de volume dv.

A chamada susceptibilidade elétrica χ_e caracteriza a dependência da polarização com o campo elétrico:

$$\vec{P}(\vec{r}) = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}(\vec{r}), \qquad (1)$$

onde $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0(\vec{r}) + \vec{E}_d(\vec{r})$ é a superposição do campo elétrico externo com o campo gerado pelo próprio meio dielétrico — mais precisamente, seu valor médio sobre cada amostra de volume, sendo mostrado** que

$$\vec{E}_d = -\frac{\vec{P}}{\varepsilon_0}.$$

Logo:
$$\vec{E} = \vec{E}_0 - \vec{P}/\varepsilon_0$$
$$= \vec{E}_0 - \chi_e \vec{E} \Rightarrow \vec{E}_0 = (1+\chi_e)\vec{E},$$

ou, alternativamente:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{K_e},$$ onde K_e é a constante dielétrica do material.

* Lembrando que $\dim(\vec{p})$ = carga · distância, isto é, o momento de dipolo elétrico é medido, no SI, em C·m, ao passo que o campo elétrico é em N/C e a permissividade elétrica do vácuo, ε_0, em $C^2/N\cdot m^2$. Notamos então que

$$\dim(\varepsilon_0 \cdot \vec{E}) = \frac{C}{m^2} = \frac{C\cdot m}{m^3} = \dim(\vec{p}/\text{volume}) .$$

** V. notas do tópico de dielétricos. Em resumo, mostra-se que um dado volume dielétrico com polarização $\vec{P}$ constante é equivalente a haver duas camadas de carga de polarização, σ_p e $-\sigma_p$, nas superfícies normais a $\vec{P}$ que envolvem tal volume de polarização constante.

Por fim, no caso elétrico pode-se definir a combinação

$$\varepsilon_0 \vec{E}_0 = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} =: \vec{D}^{\,*},$$

denominado <u>deslocamento elétrico</u> e associado ao campo gerado por cargas livres (em contraste com a polarização) e tem a mesma dimensão da polarização, carga/área = momento de dipolo/volume.

Para construirmos o análogo para o campo magnético em meios materiais, lembremos que cada material tem uma estrutura e composição atômica ou molecular específicas, composição esta que determina o momento angular de cada átomo ou molécula, e que o momento angular de uma carga em movimento determina um momento de dipolo magnético $\vec{\mu}$ por

$$\vec{\mu} = \frac{q}{2m}\vec{L}, \qquad (2)$$

onde o momento angular de cada elétron é a soma

$$\vec{L} = \vec{L}_{orbital} + \vec{L}_{intrínseco},$$

o termo orbital dependendo da camada eletrônica ocupada no átomo e o termo intrínseco sendo o chamado spin.

Consequentemente, haverá materiais com, e materiais sem momento de dipolo por si só, na ausência de campo magnético externo. Experimentalmente, pode-se testar diversos materiais na presença de um $\vec{B}$ externo, observando-se** padrões que levam à classificação em três tipos de materiais, que receberam as seguintes denominações:

* O símbolo ":=" significa uma igualdade que serve de definição para o termo que se encontra do lado do ":".

** V. material escaneado do Purcell no moodle.

Fracamente repelidos de regiões com $\vec{B}$ mais intenso:
DIAMAGNÉTICOS.

Fracamente atraídos para regiões com $\vec{B}$ mais intenso:
PARAMAGNÉTICOS.

Intensamente* atraídos para regiões com $\vec{B}$ mais intenso:
FERROMAGNÉTICOS.

A descrição da origem de cada um desses três comportamentos requer conhecimentos mais avançados da estrutura da matéria**, contudo a análise da força magnética sobre um dipolo magnético pode nos avançar no olhar para a classificação acima.

Partindo da expressão geral***

$$\vec{F}_{mag} = \vec{\nabla}(\vec{\mu} \cdot \vec{B}) \qquad (3)$$

e lembrando que o gradiente de um campo (neste caso, o campo escalar $\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ que dá a projeção do momento de dipolo magnético na direção do campo magnético) dá o sentido de máximo crescimento do mesmo, temos que:

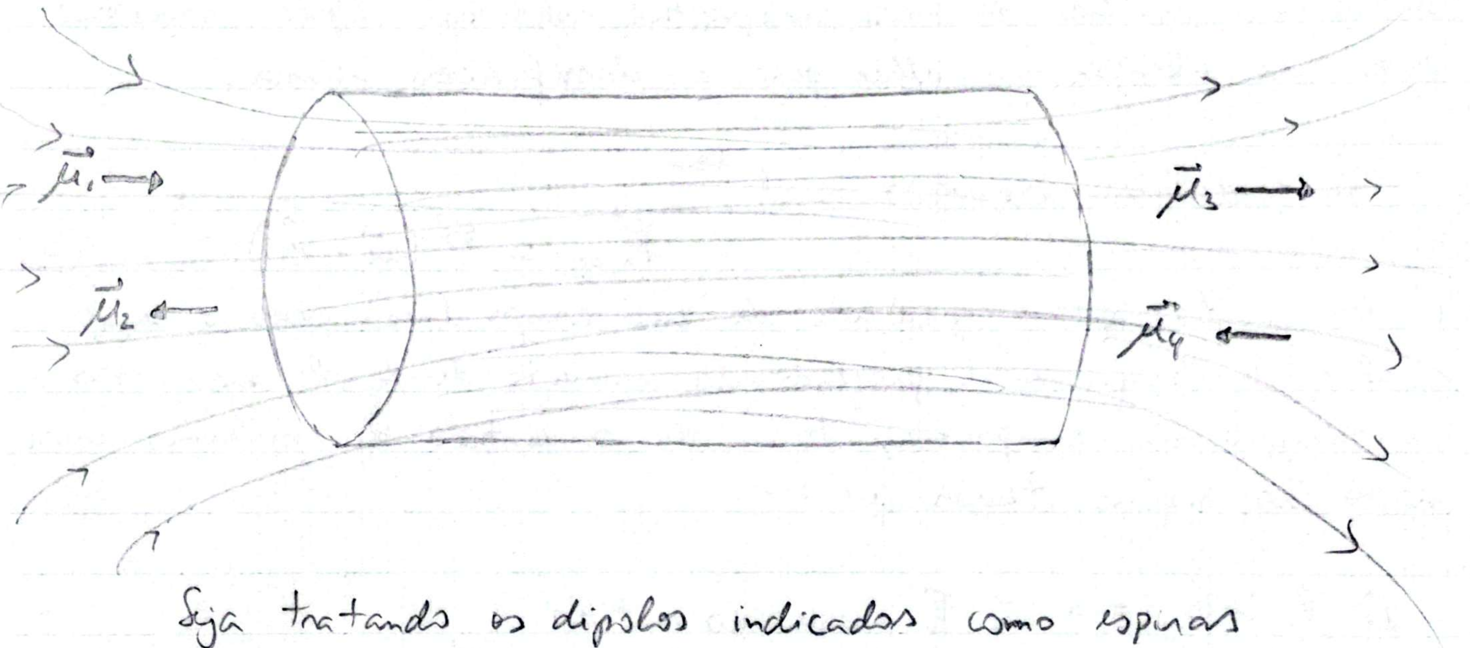
$\vec{\mu} \cdot \vec{B} > 0 \Rightarrow \vec{\mu} \cdot \vec{B}$ cresce no sentido de $|\vec{B}|$ crescente $\Rightarrow \vec{F}_{mag}$ no sentido de $\vec{B}$ mais intenso;

e $\vec{\mu} \cdot \vec{B} < 0 \Rightarrow \vec{\mu} \cdot \vec{B}$ cresce no sentido de $|\vec{B}|$ decrescente $\Rightarrow \vec{F}_{mag}$ no sentido oposto a $\vec{B}$ mais intenso.

* Força atrativa ~ de 3 a 4 ordens de grandeza maior para materiais ferromagnéticos em relação aos paramagnéticos.

** Uma síntese acessível e adequada pode ser vista em youtu.be/hFAOXdXZ5TM.

*** Uma demonstração pode ser acompanhada no artigo em http://dx.doi.org/10.1119/1.15501, ou pode-se calcular a força magnética sobre uma espira circular de corrente (em escala macroscópica) no sistema ilustrado abaixo, que pode ser por exemplo o campo gerado por um solenoide.



Seja tratando os dipolos indicados como espiras circulares ou a partir da expressão (3), conclui-se que:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{\mu}_1 \cdot \vec{B} > 0 \\ \vec{\mu}_3 \cdot \vec{B} > 0\end{array}\right\} \Rightarrow$$ esses produtos escalares crescerão no sentido de $|\vec{B}|$ crescente (pois se tornarão "mais positivos");

$$\left.\begin{array}{l}\vec{\mu}_2 \cdot \vec{B} < 0 \\ \vec{\mu}_4 \cdot \vec{B} < 0\end{array}\right\} \Rightarrow$$ esses produtos escalares crescerão no sentido de $|\vec{B}|$ decrescente (pois se tornarão "menos negativos").

Dessa forma, podemos associar o diamagnetismo a um comportamento da matéria em que os momentos de dipolo* tendem a se orientar em sentido oposto ao campo magnético externo, ao passo que nos materiais para- e ferromagnéticos** os momentos de dipolo tendem a se orientar no sentido do campo magnético externo.

Antes de abordarmos a distinção entre os comportamentos para- e ferromagnéticos, vejamos algumas construções gerais análogas ao caso elétrico.

Analogamente à polarização em um dielétrico, define-se o vetor <u>magnetização</u> em um material, $\vec{M}$, por:

$$\vec{M}(\vec{r})\, dv = d\vec{\mu}, \qquad (4)$$

isto é, como a densidade de momento de dipolo magnético por unidade de volume na vizinhança de cada ponto $\vec{r}$ do material.

Fazendo análise dimensional (com as unidades no SI) da expressão (4), temos:

$$\dim(\vec{M}) \cdot m^3 = \frac{C}{kg} \cdot kg \cdot m^2/s = A \cdot m^2$$

$$\Rightarrow \dim(\vec{M}) = \frac{A}{m} = \frac{A}{m^2} \cdot m$$

; lembrando que a densidade de corrente (que atravessa uma área) tem $\dim(\vec{J}) = A/m^2$, vê-se que a magnetização tem dimensão de uma medida de corrente que atravessa um comprimento/uma linha. De fato, pode-se mostrar que um dado volume de magnetização constante é equivalente, no que diz respeito ao campo magnético por ele gerado, a uma densidade de corrente superficial***

$$\vec{j}_m = \vec{M} \times \hat{n} \qquad (5)$$

na superfície que cerca este volume (v. Fig. do Purcell ao final).

* Sabe-se que os momentos de dipolo provenientes da estrutura da matéria diamagnética em geral se cancelam, de modo que os momentos de dipolo referidos no texto são <u>induzidos</u> por um campo magnético externo.

** Estes sim possuem estrutura tal que apresentam momentos de dipolo intrínseco (no sentido de não induzido por campo externo).

*** Análoga à densidade de carga de polarização $\sigma_p = \vec{P} \cdot \hat{n}$.

Já onde a magnetização não é uniforme, ela é equivalente a uma densidade (agora volumétrica) de correntes de magnetização dadas por

$$\vec{J}_m = \vec{\nabla} \times \vec{M} , \qquad (6)$$

que tem a mesma dimensão das usuais correntes livres (de condução), $\vec{J}$. Desse modo, pode-se escrever a lei de Ampère em meios magnéticos como

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 (\vec{J} + \vec{J}_m) , \qquad (7)$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \vec{\nabla} \times \vec{M}$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \times (\vec{B} - \mu_0 \vec{M}) = \mu_0 \vec{J} , \qquad (7')$$

onde a combinação da magnetização ao campo externo $\vec{B}$ permite reescrever a lei de Ampère apenas em termos das correntes livres.

Devemos contudo notar que essa combinação envolve a permeabilidade magnética do vácuo: se retomarmos a análise dimensional, temos que de

$$\dim(\vec{M}) = \frac{A}{m} , \text{ enquanto } \dim(\vec{B}) = \frac{N}{A \cdot m} \text{ e } \dim(\mu_0) = \frac{N}{A^2} .$$

De modo geral (e análogo ao deslocamento elétrico $\vec{D}$), define-se a partir da combinação acima, um novo vetor — nesse caso, o vetor

$$\boxed{\vec{H} := \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}} . \qquad (8)$$

Em termos do campo $\vec{H}$, a lei de Ampère se escreve:

$$\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}} . \qquad (9)$$

* Apenas para facilitar estamos denotando como dimensão mesmo tratando das unidades no SI.

Portanto, o campo $\vec{H}$ é útil pois está associado somente às correntes livres — aquelas controláveis e/ou mensuráveis em circuitos, por exemplo — numa dada região!

Ainda de forma geral e análoga ao caso elétrico, consideremos a magnetização de um material como, de uma maneira ou outra, uma resposta ao campo magnético externo — agora descrito pelo $\vec{H}$. A relação entre $\vec{M}$ e $\vec{H}$ é dada pela chamada susceptibilidade magnética χ_m do material*:

$$\boxed{\vec{M} = \chi_m \vec{H}} . \tag{10}$$

Aliando a expressão (10) à (8), tem-se:

$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H}$, de modo que pode-se definir**

$$\boxed{\mu := \mu_0 (1 + \chi_m)} \tag{11}$$

como a permeabilidade magnética do material, a qual por sua vez relaciona diretamente o campo magnético $\vec{B}$ ao campo $\vec{H}$ por:

$$\boxed{\vec{B} = \mu \vec{H}} . \tag{12}$$

Das considerações sobre o sentido dos momentos de dipolo (e portanto da magnetização) para os diferentes tipos de materiais feitas nas páginas 4 e 5, junto à expressão (10), temos então que:

$$\begin{cases} \text{Em materiais diamagnéticos} : \chi_m < 0 , \\ \text{Em materiais paramagnéticos} : \chi_m > 0 . \end{cases}$$

Para ambos, $|\chi_m| \sim 10^{-5} - 10^{-3}$, de modo que $\mu \approx \mu_0$ e em

* Na expressão (11), se χ_m é um escalar significa a magnetização tem sempre a mesma direção do campo $\vec{H}$. Em geral os materiais não são a rigor assim isotrópicos, e a susceptibilidade magnética é mais precisamente descrita como uma matriz — ou, mais geralmente, um tensor. Dito isso, seguiremos o tratamento simplificado, falando de χ_m como um escalar.

** A soma $1 + \chi_m =: K_m$ é a chamada <u>permeabilidade relativa</u> do material, sendo uma quantidade adimensional cujo nome tem sentido observando-se que

$$K_m = \frac{\mu}{\mu_0} .$$

geral uma boa aproximação, embora χ_m possa depender também da temperatura do material, sendo pertinente portanto atentar a essas propriedades em aplicações.

Tal atenção não só ao material mas à sua temperatura é relevante para materiais ferromagnéticos, cujo comportamento é descrito por uma susceptibilidade magnética com duas características em especial:

(i) χ_m tem grande dependência com $\vec{H}$;

(ii) χ_m chega a ter ordem de grandeza de $10^3 - 10^5$.

A curva $\chi_m(H)$ para materiais ferromagnéticos é de grande importância conceitual e tecnológica, com seu comportamento nos chamados ciclos de histerese e originado nos chamados domínios de magnetização. Para este tópico, recomenda-se a leitura do material sobre ferromagnetismo no moodle.