

Côerncia:

Exp. dupla fenda : fenda prévia $\Rightarrow$ fontes em cada fenda em fase.

$\hookrightarrow$ E as fontes não estão em fase?

$\hookrightarrow$ algumas fontes (têmica, Sol, lâmp. incand., excit. atôm.) emitem de forma temporária e/ou aleatória

Neste caso,

$$E_0 = \sum_{j=1}^N E_{0j} e^{i\varphi_j}$$

$$\Rightarrow |E_0|^2 = \left(\sum_{j=1}^N E_{0j} e^{-i\varphi_j} \right) \left(\sum_{k=1}^N E_{0k} e^{i\varphi_k} \right)$$

$$= \sum_{j=1}^N E_{0j}^2 + \sum_{j=1}^N \sum_{k \neq j} E_{0j} E_{0k} e^{i(\varphi_k - \varphi_j)}$$

...

$$\Rightarrow I = \sum_{j=1}^N I_j + 2 \sum_{j=1}^N \sum_{k > j} \sqrt{I_j I_k} \cos(\varphi_k - \varphi_j)$$

Logo, as fases aleatórias e $\langle \cos(\varphi_k - \varphi_j) \rangle$ é sobre uma duração

suficientemente longa, então

* $\hookrightarrow$ p. 2!

$$I = \sum_{j=1}^N I_j$$

$\hookrightarrow$ "fontes incoerentes não interferem"!

* O que é duração insuficientemente longa?

↳ duração da média temporal (processo de medida)

em relação à escala temporal dos "pulsos" emitidos
pela fonte

∴

Tempo de coerência:

Incoerência não
é uma característica
intrínseca da fonte, mas
deixar respeito às medidas
não discernirem tempos
da ordem de Δt .

$$\begin{aligned}\Delta t &\sim 10^{-15} \text{ s p/ luz "branca"} \\ &\sim 10^{-8} \text{ s p/ térmica} \\ &\sim 10^{-2} \text{ s p/ laser!}\end{aligned}$$

Adicionalmente:

Comprimento de coerência: $\Delta l = c \cdot \Delta t$

↳ condição p/ interferência
de dois feixes originários de
uma dada fonte:

(i.e. dist. percorrida
por uma frente de
onda, no vácuo)

diferença de caminhos $\lesssim$ comprimento de coerência.

$$\begin{aligned}\Delta l &\sim 10^{-6} \text{ m p/ luz "branca"} \\ &\sim 10^0 \text{ m p/ térmica} \\ &\sim 10^6 \text{ m p/ laser!}\end{aligned}$$

Interferência de N fendas :

(H4') "far-field" : $D \gg (N-1) \cdot d$

Para a n-ésima fenda : $r_n = r_1 + (n-1)d \sin \theta$

$$\Rightarrow k \cdot r_n = k \cdot r_1 + (n-1) \cdot \underbrace{k \cdot d \cdot \sin \theta}_{\delta}$$

δ : diferença de fase (decorrente da diferença de caminhos entre fendas adjacentes !)

$$\begin{aligned} \therefore E(\theta) &= \sum_{n=1}^N E_{0n} e^{i k r_n} e^{-i \omega t} \\ &= \sum_{n=1}^N E_{0n} e^{i k r_1} e^{i (n-1) k d \sin \theta} e^{-i \omega t} \\ &= e^{i (k r_1 - \omega t)} \sum_{n=1}^N E_{0n} e^{i (n-1) \delta} \end{aligned}$$

$$\stackrel{(H2, H4')}{=} e^{i (k r_1 - \omega t + \varphi_0)} E_0(\theta) \sum_{n=1}^N z^{n-1} \quad ; \quad \underline{z = e^{i \delta}}$$

Série geométrica truncada em N :

$$\begin{aligned} 1 + z + z^2 + \dots + z^N &= \sum_{n=1}^N z^{n-1} = \frac{z^N - 1}{z - 1} \\ &= \frac{e^{i N \delta} - 1}{e^{i \delta} - 1} \\ &= \frac{e^{i N \delta / 2} (e^{i N \delta / 2} - e^{-i N \delta / 2})}{e^{i \delta / 2} (e^{i \delta / 2} - e^{-i \delta / 2})} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow E(\theta) = e^{i(kr_1 - \omega t + \phi_0 + (N-1)\delta/2)} \cdot E_0(\theta) \cdot \frac{\sin\left(\frac{1}{2}N\delta\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}\delta\right)}$$

$$\Rightarrow I(\theta) = I_0(\theta) \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{1}{2}N\delta\right)}{\sin^2\left(\frac{1}{2}\delta\right)}$$

$$\Rightarrow \frac{I(\theta)}{I(0)} = \underbrace{\frac{I_0(\theta)}{I_0(0)}}_{\substack{= \cos\theta \text{ p/ ondas cilíndricas e anteparo plano} \\ \approx 1 \text{ p/ pequenos ângulos}}} \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{1}{2}N\delta\right)}{\sin^2\left(\frac{1}{2}\delta\right)}$$

≈ 1 p/ pequenos ângulos

enquanto $I(\theta) = |E(\theta)|^2 = N^2 \cdot I_0(\theta) \quad ! \quad (\text{v. exercício})$

Aísim, a menos de uma modulação de intensidade conforme a geometria do anteparo — ou, para pequenos ângulos*:

$$I(\theta) = N^2 I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{1}{2}N\delta\right)}{\sin^2\left(\frac{1}{2}\delta\right)} \quad : \quad \delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \sin\theta$$

* p/ pequenos ângulos,

$$\delta \approx \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \theta$$

$x = D \cdot \tan\theta \approx D \cdot \theta \quad \therefore \quad x \propto \delta \quad (\text{interpret. gráfica!})$

→ grs nos eixos
e profs. posina

Características gerais: $\hookrightarrow$ obs: $\frac{1}{2}\delta = \pi \cdot \frac{d \sin \theta}{\lambda}$

$$\frac{1}{2}N\delta = \pi \cdot \frac{N d \sin \theta}{\lambda}$$

• Máximos principais: $\frac{d \sin \theta}{\lambda} = m \Rightarrow$ ambos $\sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \propto \sin\left(\frac{N\delta}{2}\right)$
 $\frac{\delta}{2} = \pi \cdot m$ vão a 0, mas
 $\frac{\sin\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)} \rightarrow N$

$$\therefore I_{\max} = N^2 I_0$$

• Zeros: $\frac{N d \sin \theta}{\lambda} = m \propto \frac{d \sin \theta}{\lambda} \notin N$
 $\frac{N\delta}{2} = \pi \cdot m$

$\therefore (N-1)$ zeros entre dois máximos principais

• Máximos secundários:

$$\frac{dI(\theta)}{d\theta} = 0 \Rightarrow \theta\left(\frac{N\delta}{2}\right) = N \cdot \theta\left(\frac{\delta}{2}\right), \text{ em geral, os mais próximos dos máximos principais são de maior intensidade, sendo a diferença entre as intensidades dos máximos secundários mais destacada para maiores valores de } N.$$